Exercice 1 :

Déterminer le domaine de définition et calculer la dérivée de la fonction f définie par :

$$f(x)=\frac{e^x\ln(x+2)}{\cos(2x)} \qquad D_f=\left]-2\ ;\ +\infty\right[\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\,/\,k\in\mathbb{Z}\right\}$$

$$f'(x)=\frac{e^x}{\cos^2(2x)}\left[\left(\ln(x+2)+\frac{1}{x+2}\right)\cos(2x)+2\ln(x+2)\sin(2x)\right]$$

Exercice 2 : Soit f définie par f(x) = $\dfrac{1-\cos(x)}{\ln(1-x^2)}$ $\begin{cases}1-x^2>0\Leftrightarrow x\in\left]-1;1\right[\\ \ln\left(1-x^2\right)\neq 0\Leftrightarrow 1-x^2\neq 1\Leftrightarrow x\neq 0\end{cases}$

i) Déterminer le domaine de définition de f. $D_f=\left]-1\ ;\ 1\right[\setminus\{0\}$

ii) Calculer la dérivée de f. $f'(x)=\dfrac{\sin x\ln\left(1-x^2\right)+\dfrac{2x}{1-x^2}(1-\cos x)}{\left(\ln\left(1-x^2\right)\right)^2}$

iii) Déterminer $\lim\limits_{x\to 0}$ f(x)$=\dfrac{-1}{2}$

Exercice 3 : Calculer les limites suivantes :

i) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos x)}{\sin^2 x}=\dfrac{-1}{2}$

ii) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{\sqrt{2}\tan x}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

Exercice 4 : Calculer les intégrales suivantes :

i) $I=\displaystyle\int_0^1(2+x)e^{4x}dx=\frac{11e^4-7}{16}$

ii) $J=\displaystyle\int_0^1(2x^2+x-2)e^{2x}dx=\frac{3-e^2}{4}$

Exercice 5 : Déterminer la différentielle de la fonction f de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$f(x,y)=\cos\left(x^3+y\right)$$

$$df(x,y)=-3x^2\sin\left(x^3+y\right)dx-\sin\left(x^3+y\right)dy$$

T.S.V.P.

Exercice 6 :

Soit $\vec{V}$: $\left| \begin{array}{l} \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ M(x,y,z) \mapsto \vec{V}(M) \begin{pmatrix} 2y - \dfrac{z}{x^2} \\ 2x - \cos z \\ \dfrac{1}{x} + y\sin z \end{pmatrix} \end{array} \right.$, pour $x \neq 0$.

i) Montrer que $\vec{V}$ dérive d'un potentiel scalaire f que l'on déterminera.

$\vec{V} = \overrightarrow{grad} f$ pour $f(M) = 2xy + \dfrac{z}{x} - y\cos z + C$

ii) Calculer $div_M \vec{V} = \dfrac{2z}{x^3} + y\cos z$

Exercice 7 :

Soit $\vec{V}$: $\left| \begin{array}{l} \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ M(x,y,z) \mapsto \vec{V}(M) \begin{pmatrix} 2y + ze^x \\ 2x - \dfrac{1}{y} + 3\cos z \\ e^x - 3y\sin z \end{pmatrix} \end{array} \right.$, pour $y > 0$.

ii) Montrer que $\vec{V}$ dérive d'un potentiel scalaire f que l'on déterminera.

$\vec{V} = \overrightarrow{grad} f$ pour $f(M) = 2xy + ze^x - \ln y + 3y\cos z + C$

ii) Calculer $div_M \vec{V} = ze^x + \dfrac{1}{y^2} - 3y\cos z$ et $\overrightarrow{rot}_M \vec{V} = \vec{0}$.