

Exercice 1

Soient $\{0; \vec{i}, \vec{j}\}$ un repère orthonormé du plan et les vecteurs suivants :

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- i) Représenter : \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} .
- ii) Calculer : $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$ et $\|\vec{w}\|$.
- iii) Déterminer et représenter : $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{w}$, $2\vec{v}$.
- iv) Calculer : $\vec{u} \cdot \vec{v}$, $\vec{u} \cdot \vec{w}$, $\vec{w} \cdot \vec{v}$.
- v) Calculer : $\det(\vec{u}, \vec{v})$, $\det(\vec{u}, \vec{w})$ et $\det(\vec{w}, \vec{v})$.

Exercice 2

Soient $\{0; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ un repère orthonormé direct de l'espace et les vecteurs suivants :

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- i) Calculer : $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$ et $\|\vec{w}\|$.
- ii) Calculer : $\vec{u} \cdot \vec{v}$, $\vec{u} \cdot \vec{w}$, $\vec{w} \cdot \vec{v}$.
- iii) Déterminer : $\vec{u} \wedge \vec{v}$, $\vec{u} \wedge \vec{w}$ et $\vec{w} \wedge \vec{v}$.

Exercice 3

Soit $\mathcal{R}_0 = \{0; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ un repère orthonormé de l'espace.

On considère les points suivants :

$$A(1, 1, 1), B(2, 0, 3), C(0, 2, 1), D\left(\frac{3\sqrt{6}}{4}, \frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right) \text{ et } E(\sqrt{6}, \sqrt{6}, 2).$$

- i) Déterminer des coordonnées cylindriques des points A, B et C.
- ii) Déterminer des coordonnées sphériques des points D et E.
- iii) Soient $\vec{i}' = \frac{\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}}{\sqrt{3}}$, $\vec{j}' = \frac{\vec{i} - \vec{j}}{\sqrt{2}}$ et $\vec{k}' = \frac{\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}}{\sqrt{6}}$.

Montrer que $\mathcal{R}' = \{A, \vec{i}', \vec{j}', \vec{k}'\}$ est un repère orthonormé de l'espace et déterminer les coordonnées de B et C dans \mathcal{R}' .