2011-2012	Contrôle de connaissances	2 heures	Math.

Calculatrice autorisée – Formulaire ‘’officiel’’ autorisé.

Exercice 1 :

Soit f définie par f(x) = $\dfrac{\sin(3x)}{\ln(1+x)}$

i) Déterminer le domaine de définition de f.
ii) Calculer la dérivée de f.
iii) Déterminer $\lim\limits_{x \to 0}$ f(x).

Exercice 2 :

Soit la fonction f : $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ / $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2} & si\ (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x, y) = (0,0) \end{cases}$

i) Calculer les dérivées partielles premières de f en $(x, y) \neq (0,0)$.

ii) Calculer les dérivées partielles premières de f en (0, 0).

Exercice 3 :

Calculer l'intégrale suivante : $I = \int_0^1 xe^{3x} dx$

Exercice 4 :

Soit {0 ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ } un repère orthonormé de l'espace.

Soient A(1, 2, 0), B(1, 1, 2) et C(2, 0, 2).

i) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.
ii) Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.
iii) Calculer $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$ et $\left\|\overrightarrow{AC}\right\|$.

T.S.V.P.

Exercice 5 :

Soit $\vec{V}: \left| \begin{array}{l} \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \\ M(x,y,z) \mapsto \vec{V}(M) \begin{pmatrix} yz^3 + 2x\cos y - 2ze^y \\ xz^3 - x^2 \sin y - \dfrac{z}{y} - 2xze^y \\ 3xyz^2 - \ln(|y|) - 2xe^y \end{pmatrix} \end{array} \right.$

i) Montrer que $\vec{V}$ dérive d'un potentiel scalaire f que l'on déterminera.

ii) Calculer $\Delta_M f$.

Exercice 6 :

Soit $\vec{V}: \left| \begin{array}{l} \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \\ M(x,y,z) \mapsto \vec{V}(M) \begin{pmatrix} 2yxz^2 + 3xy - ze^x \\ \cos x + \sin y + 3yz^2 \\ 2x^2 y^3 z + \ln(|x|) \end{pmatrix} \end{array} \right.$

Calculer $div_M \vec{V}$ et $\overrightarrow{rot}_M \vec{V}$

Exercice 7 :

Résoudre : $xy' - 3y = (x-1)(x+2)$.