2009-2010	Contrôle de connaissances	Correction	Math.

Exercice 1 :

i) $f(x)=\cos\left(e^{2x}\right).\ln(x); D_f=\mathbb{R}_+^*; f'(x)=-2e^{2x}\sin\left(e^{2x}\right).\ln(x)+\dfrac{\cos\left(e^{2x}\right)}{x}$

ii) $g(x)=\dfrac{\sin(3x)}{\sqrt{x+1}}; D_g=]-1,+\infty[; g'(x)=\dfrac{3\cos(3x)\sqrt{x+1}-\dfrac{\sin(3x)}{2\sqrt{x+1}}}{x+1}$

iii) $h(x)=3^{5x}=e^{5x\ln 3}; D_h=\mathbb{R}; h'(x)=5\ln 3h(x)$

Exercice 2 :

f(x) = $\sqrt{x}+\sqrt{x+3}+\sqrt{x+8}+\sqrt{x+15}<10$; $D_f=\mathbb{R}_+; f(1)=10; f\nearrow; S=[0,1[$.

Exercice 3 :

i) $\tan\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$ et $\tan\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=1$.

ii) $\dfrac{\sqrt{3}+\tan x}{1-\sqrt{3}\tan x}=1=\tan\dfrac{\pi}{4}=\tan\left(\dfrac{\pi}{3}+x\right)\Rightarrow x=\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\pi}{3}+k\pi=-\dfrac{\pi}{12}+k\pi$.

Exercice 4 :

i) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\cos x-1}-1}{x.\ln(1+3x)}=\dfrac{-1}{6}$

ii) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin\left(\ln\left(1+5x^2\right)\right)}{1-\cos\left(e^{2x}-1\right)}=\dfrac{5}{2}$

iii) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-e^{\frac{x}{2}}}{5x^2+x^3-8x^4}=\dfrac{-1}{20}$

Exercice 5 :

i) $I=\displaystyle\int_{-6}^{6}\dfrac{\sin\left(x^3\right)\sqrt{x^2+76}}{\cos(8x)\left(\tan x\right)^4}dx=0$

ii) $J=\displaystyle\int_0^1(x^2+3x-1)e^{5x}dx=\left[\left(\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{13}{25}x-\dfrac{38}{125}\right)e^{5x}\right]_0^1=\dfrac{52e^5+38}{125}$

Exercice 6 :

Soit {0 ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ } un repère orthonormé de l'espace.

Soient A(1, 2, 1), B(1, 0, 2) et C(2,-1, 2).

i) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 7$ et $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

ii) P : x + y + 2z = 5.

iii) Q : y = x + 1.

iv) a = -3.

Exercice 7 :

i) $f(x, y) = \ln\left(x^2 + y^2\right); (x, y) \in \left(\mathbb{R}^2\right)^*, df(x, y) = \dfrac{2xdx + 2ydy}{x^2 + y^2}$

ii) $g(x, y) = x + x^2 y\, ; (x, y) \in \left(\mathbb{R}^2\right), dg(x, y) = (1 + 2xy)dx + x^2 dy$

Exercice 8 :

Soit $\vec{V}: \left| \begin{array}{l} \mathbb{R}^3 \quad \to \quad \mathbb{R}^3 \\ M(x, y, z) \mapsto \vec{V}(M) \begin{pmatrix} -y \sin x + \dfrac{1}{x} \\ \cos x + z e^y + 2y \\ e^y \end{pmatrix} \end{array} \right.$, pour $x \neq 0$.

i) $\vec{V}$ dérive du potentiel scalaire f / f(M) = y cos x + ln | x | + z e^y + y^2 + c ; c$\in \mathbb{R}$.

ii) $div_M \vec{V} = -y \cos x - \dfrac{1}{x^2} + z e^y + 2$ et $\overrightarrow{rot}_M \vec{V} = \vec{0}$.