

Concours interne TSE - Session 2010

**CONCOURS INTERNE ET EMPLOIS RESERVES 2010
DE TECHNICIEN SUPERIEUR DE LA METEOROLOGIE**

FILIERE EXPLOITATION

-:~::~:~::~:-

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 3 heures

Coefficient : 4

-:~::~:~::~:-

La clarté des explications et le soin apporté à la présentation seront pris en compte dans l'évaluation des copies

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

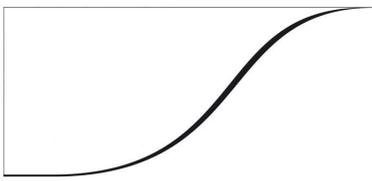
Barème envisagé :

exercice 1 : 4 points, exercice 2 : 4 points, exercice 3 : 7 points et exercice 4 : 5 points.

EXERCICE 1 :

Soient un segment $[A, B]$ du plan de longueur 8 unités et M un point de $[A, B]$. On notera x la longueur du segment $[A, M]$. On considère les points C et D tels que $AMCD$ soit un carré et un triangle MBE rectangle et isocèle en E .

- 1- Déterminer $f(x)$ la somme des aires du carré $AMCD$ et du triangle MBE .
- 2- Déterminer les valeurs de x pour lesquelles la valeur de $f(x)$ est maximale, puis minimale.



EXERCICE 2 :

Soient $z_1 = 1 + i$ et $z_2 = \sqrt{3} - i$.

- 1- Calculer les modules et arguments de z_1 et z_2 .
- 2- Donner la forme algébrique et la forme trigonométrique du produit $(z_1 \times z_2)$.
- 3- En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

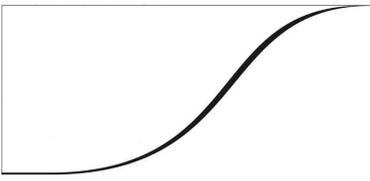
EXERCICE 3 :

On considère le plan P rapporté à un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$, unité graphique 4 cm.

Soit la fonction f de courbe représentative C définie sur $[0, +\infty[$ par : $f(x) =$

$$\begin{cases} x \ln \frac{x+2}{x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases} .$$

- 1- Déterminer la limite de f en 0.
- 2- La fonction est-elle dérivable en 0 ?
- 3- Déterminer $f(x)$ en fonction de $h(x) = \frac{2}{x}$, pour $x > 0$.
- 4- En déduire la limite de $f(x)$ en $+\infty$.
- 5- Calculer $f'(x)$ pour $x > 0$ et vérifier que $f'(x) = \frac{-4}{x(x+2)^2}$.
- 6- Etudier le sens de variation de f' et trouver la limite de $f'(x)$ en $+\infty$.
- 7- En déduire le tableau de variation de f .
- 8- Déterminer les tangentes T_0 et T_2 à C aux points d'abscisses $x = 0$ et $x = 2$ respectivement.
- 9- Tracer sur un même graphique C , T_0 et T_2 .



EXERCICE 4 :

On considère les suites numériques $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par :

$$a_0 = 5 ; b_0 = 3 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N} : \begin{cases} a_{n+1} = \frac{(3a_n + 2b_n)}{5} \\ b_{n+1} = \frac{(2a_n + 3b_n)}{5} \end{cases}.$$

Soient les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de terme général $u_n = a_n + b_n$ et $v_n = a_n - b_n$.

- 1- Calculer, pour $n \in \mathbb{N}$, u_{n+1} en fonction de u_n .
- 2- Calculer, pour $n \in \mathbb{N}$, u_n en fonction de n .
- 3- Calculer, pour $n \in \mathbb{N}$, v_{n+1} en fonction de v_n .
- 4- Calculer, pour $n \in \mathbb{N}$, v_n en fonction de n .
- 5- La suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge-t-elle ?
- 6- Exprimer a_n et b_n en fonction de n .
- 7- Calculer les limites, si elles existent, des suites $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$.