I- Résoudre $x^2y'' - 2y = \dfrac{2x+1}{(x+1)^3}$ avec $z = xy' + y$.

II- Résoudre l'équation différentielle (E) : $x^2y'' + 4xy' + (2 - x^2)y = 1$ en cherchant une solution particulière de la forme $u_1(x) = ax^n$.

III- Déterminer, par la variation des constantes, les solutions de $y'' - y = (1 + e^x)^{-1}$.

IV- Soit l'équation différentielle (E) : $y'' + y = f(x)$.

i) Résoudre (E) et établir que la solution y telle que $y(0) = y'(0) = 0$ est :

$$y(x) = \sin x\int_0^x f(t)\cos t\,dt - \cos x\int_0^x f(t)\sin t\,dt.$$

ii) Traiter le cas où $f(x) = \tan(x)$.

V- Soient s et p deux réels tels que : $s^2 - 4p \neq 0$.
Soient $r_1$ et $r_2$ les racines réelles ou complexes de l'équation : $r^2 - sr + p = 0$.
Soit l'équation différentielle (E) : $y'' - sy' + py = \Phi(x)$.

i) Déterminer une solution particulière g de l'équation (E) qui vérifie : $g(x_0) = g'(x_0) = 0$.

On mettra cette solution sous la forme : $g(x) = \int_{x_0}^x \phi(t)\,K(x-t)\,dt$ où K est une fonction à préciser.

ii) En déduire toutes les solutions de (E).

VI- Soit $y_1(x) = \dfrac{Arc\sin x}{\sqrt{1-x^2}}$.

i) Former une équation différentielle linéaire du premier ordre vérifiée par $y_1$.
ii) En déduire le développement en série entière de $y_1$.
iii) En déduire le développement en série entière de $z(x) = (\text{Arcsin } x)^2$.

T.S.V.P.

VII- Déterminer toutes les séries entières vérifiant l'équation (E) : y' + y = $x^2$ et retrouver ainsi l'ensemble des solutions de (E).

VIII- Résoudre le système différentiel suivant :

$$(\Sigma):\begin{cases} x' = 2x + z + 1 \\ y' = 2y - z \\ z' = x - y + z \end{cases}$$

IX- Résoudre le système différentiel suivant :

$$(\Sigma):\begin{cases} x'' = -3x + y + z \\ y'' = x - 3y + z \\ z'' = x + y - 3z \end{cases}$$

X- Résoudre le système différentiel suivant :

$$(\Sigma):\begin{cases} x' = 3x + 3y - 2z + e^t \\ y' = x + y + 2z \\ z' = x + 3y + e^t \end{cases}$$

XI- Résoudre le système différentiel suivant :

$$(\Sigma):\begin{cases} x' = ay \\ y' = -ax + bz \\ z' = -by \end{cases} \qquad \text{où } (a,b) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^* .$$