

DM 6

Soit la fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par :

$$f(x) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin^2(xt)}{t^2} e^{-t} dt$$

- 1- Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, \int_0^x \text{Arctan}(2t) dt = x \text{Arctan}(2x) - \frac{1}{4} \ln(1 + 4x^2)$.
- 2- Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, |\sin x| \leq |x|$.
- 3- Montrer que f est de classe C^2 sur \mathbb{R} .
- 4- Calculer $f'(x)$ pour x réel.
- 5- En déduire une expression de f à l'aide des fonctions usuelles.